**2021年线性代数A试卷(带答案)**

1. **(6分)设 为中的元素 对应的代数余子式，求 的值.**

解 （法1）

（法2）

故 

1. **(6分)计算行列式**

解 利用拉普拉斯展开定理，按最后一行展开，得





**3.（6分）设矩阵 求的逆矩阵**

解 令由于 

同理 

故 

**4.（8分）设向量组  **

** 判断能否构成空间的一组基并说明理由.**

解 **能构成空间的一组基.**

因为 

所以线性无关，从而可构成空间的一组基.

注：也可利用向量组是满秩的来说明，只要判断线性无关即可.

**5.（8分）设 求**

解 因为 

则 



从而 

**6.（10分）设向量组**

**  求向量组的秩，并求它的一个最大无关组.**

解 



故向量组的秩为3，是它的一个最大无关组.

注：所求最大无关组不唯一，比如也是它的最大无关组.

1. **（10分）已知 的两组基分别为**

****

****

**(1)求由基到基 的过渡矩阵 (2)求向量在基下的坐标.**

解 （1）由过渡矩阵的定义，

得 

故

1. 令 

则 

**8.（12分） 讨论为何值时，非齐次方程组 （1）无解？（2）有唯一解？ （3有无穷多解？并求无穷多解时的通解.**

解 



1. 当时，此时原方程组无解；

（2）当且时，此时原方程组有唯一解；

（3）当时，此时原方程组有无穷多解，

故通解为 

注：该题也可先求系数行列式，再讨论解的情况.

**9.(8分)设三阶矩阵的特征值分别为 令 求的所有特征值，并求的行列式**

解 因为特征值分别为  

故的特征值分别为







从而的行列式 

1. **(8分)设三阶矩阵的特征值分别为6，3，3，特征值6对应的特征向量为  特征值3对应的特征向量分别为 **

** 求矩阵.**

解 令 

则由 

得

注：不唯一，的列向量的排列次序与特征值的排列次序一致.

1. **(12分)设二次型**

**(1)求此二次型对应矩阵的特征值；(2) 求正交变换 使二次型化为标准型.**

解 (1) 二次型对应的矩阵为 

令 

 

1. 当时，解得的特征向量

单位化，得

同理得的单位化特征向量

的单位化特征向量 

**令****则正交变换使二次型化为标准型**

**12.(6分)设为矩阵，为阶单位矩阵，且  证明： 时，二次型为正定二次型.**

证 因为 所以是实对称矩阵.

又 

当时 

从而当 时，为正定二次型.